Erkennbare, aperiodische und logisch definierbare Sprachen in Nebenläufigkeitsmonoiden

Manfred Droste
Institut für Algebra
Technische Universität Dresden
Mommsenstr. 13
01062 Dresden
email: droste@math.tu-dresden.de

Ein klassisches Resultat von Büchi (1960) besagt, daß im freien Monoid aller Wörter eine Sprache genau dann erkennbar ist, wenn sie durch einen Satz der monadischen Logik zweiter Stufe definierbar ist. Nach McNaughton und Papert (1971) fallen die sternfreien Sprachen gerade mit den in der Logik erster Stufe definierbaren Sprachen zusammen. Diese Resultate wurden kürzlich von Thomas (1990) und Ebinger und Muscholl (1993) auf Sprachen in Spur-Monoiden verallgemeinert. Wir geben eine weitere Verallgemeinerung dieser Resultate auf Sprachen in sogenannten Nebenläufigkeitsmonoiden an.

Spuren bilden ein mathematisches Modell für ein paralleles System, in dem von der Reihenfolge zweier unabhängiger Aktionen abgesehen wird; die Unabhängigkeit wird hierbei durch eine binäre Relation auf dem zugrunde liegenden Alphabet der Aktionen beschrieben. Wir betrachten hier ein allgemeineres Modell, in dem die Unabhängigkeit zweier Aktionen auch von dem jeweiligen Zustand des zugrunde liegenden Systems abhängt. Ein *Automat mit Nebenläufigkeitsrelationen* ist ein Quadrupel $\mathcal{A} = (S, E, T, \|)$, in dem S die Menge der Zustände oder Situationen, E die Menge der Aktionen (Ereignisse), $T \subseteq S \times E \times S$ die deterministische Transitionsrelation und $\| = (\|_s)_{s \in S}$ ein System von binären Unabhängigkeitsrelationen $\|_s$ $(s \in S)$

auf E ist. Zwei Berechnungsfolgen $(s,a,p)(p,b,r)$ und $(s,b,q)(q,a,r)$ werden für äquivalent erklärt, falls $a \parallel_s b$. Dies induziert auf der Menge $\mathrm{BF}(\mathcal{A})$ aller endlichen Berechnungsfolgen von $\mathcal{A}$ eine Kongruenz $\sim$, und der Quotient $\mathrm{M}(\mathcal{A}) = \mathrm{BF}(\mathcal{A}) \cup \{0\}$, mit Konkatenation als Operation (und 0 als „Fehlerelement”, um eine überall definierte Monoid-Operation zu erhalten) heißt *Nebenläufigkeitsmonoid* über $\mathcal{A}$. Falls $\mathcal{A}$ nur einen Zustand hat, erhalten wir so gerade die Spur-Monoide.

In vorhergehenden Arbeiten haben wir Zusammenhänge dieser Automaten mit der Theorie der Bereiche und mit Petri-Netzen mit Kapazitäten (place/transition nets) untersucht. Ferner erhielten wir eine Kleene-Charakterisierung der erkennbaren Sprachen in Monoiden $\mathrm{M}(\mathcal{A})$, falls $\mathcal{A}$ ein endlicher stabil-nebenläufiger Automat ist. In einer Arbeit mit F.Bracho und D.Kuske wurden Darstellungen der Berechnungen von $\mathcal{A}$ durch geeignete azyklische Graphen angegeben. Hier zeigen wir, wie sich durch Aussagen der Prädikatenlogik über derartige Graphen Sprachen von Berechnungen spezifizieren lassen. Wie im Satz von Büchi stellen sich die erkennbaren Sprachen in $\mathrm{M}(\mathcal{A})$ genau als die in der monadischen Logik zweiter Stufe definierbaren Sprachen heraus. Unter geeigneten Voraussetzungen (jedoch nicht im allgemeinen) fallen auch die aperiodischen und die in der Logik erster Stufe definierbaren Sprachen zusammen. Dies zeigt Grenzen auf, inwieweit sich die zu Anfang erwähnten klassischen Resultate auf allgemeinere Monoide übertragen lassen.
(Gemeinsame Arbeit mit D.Kuske, Dresden)