Endliche Automaten mit eingeschränkter 2-Wege-Bewegung

David Damanik
J.W.Goethe-Universität
Fachbereich Mathematik, AG 8.1
Robert-Mayer-Str.10
60325 Frankfurt

14. September 1995

Das Basis-Automatenmodell für die Akzeptierung Regulärer Mengen ist der Deterministische Endliche 1-Wege-Automat ($1DEA$), welcher zwei naheliegende Erweiterungen zuläßt: Nichtdeterminismus und 2-Wege-Bewegung ($1NEA$ bzw. $2DEA$). Es ist bekannt, daß auf geeignet gewählten Regulären Mengen durch diese Erweiterungen gewaltige Einsparungen in der Beschreibungsgröße erreicht werden können, wobei die Größe eines Endlichen Automaten durch die Anzahl seiner Zustände gemessen wird, vgl. [MF71]. Es drängt sich die Frage auf, wieviel Nichtdeterminismus bzw. 2-Wege-Bewegung einem Endlichen Automaten erlaubt werden soll, um eine gegebene Reguläre Menge möglichst effizient zu beschreiben. Selbstverständlich sind für eine Konkretisierung geeignete Maße für diese beiden Erweiterungen einzuführen.

Im Falle des Nichtdeterminismus bietet es sich an, als Maß den maximalen Verzweigungsgrad der minimal verzweigten Berechnungen eines $1NEA$ auf den von ihm akzeptierten Wörtern zu benutzen: das Branching, vgl. [GKW90]. Goldstine, Kintala und Wotschke führen in dieser Arbeit mit Hilfe des Branchings ein Spektrum für eine Reguläre Menge L ein. Dieses ist eine monoton fallende Folge natürlicher Zahlen, deren Abfallverhalten aufzeigt, wieviel Verlangen nach nichtdeterministischer Abarbeitung inhärent in L enthalten ist.

Durch Zählen der auftretenden Linksbewegungen in den Konfigurationsfolgen eines $2DEA$ M bei Abarbeitung von Wörtern aus $T(M)$ definieren wir nun ein Maß für die Verwendung von 2-Wege-Bewegung. Durch Einschränkung bezüglich dieses Maßes erhalten wir die Automatenklasse $2DEA(k)$. Nun kann in analoger Art und Weise für reguläres L ein 2-Wege-Spektrum definiert werden, dessen Einträge gerade die Größen der minimalen $2DEA(k)$'s für L sind.

Es stellt sich heraus, daß durchaus beide zu erwartenden Extremfälle auftreten: es gibt Sprachen, für die endliche 2-Wege-Bewegung keine Einsparungen liefert - erst der uneingeschränkte $2DEA$ ist kleiner als der minimale $1DEA$ für L. Andererseits gibt es Sprachen, welche durch sukzessives Hinzufügen von 2-Wege-Bewegung immer kleinere Beschreibungen erlauben.

Man kann die Klasse $2DEA(k)$ auch unter einem anderen Blickwinkel betrachten. Während im Spektrum für eine feste Sprache das k variiert wird, kann man natürlich auch das k festhalten und die Sprache variieren. Anders formuliert: man vergleicht für festes k Beschreibungen beliebiger Regulärer Mengen mittels Automaten aus $1DEA$, $2DEA(k)$, $2DEA$ und auch $1NEA$. Hier stellt sich unter anderem heraus, daß die Klassen $2DEA(k)$ und $1NEA$ in gewissem Sinne inkommensurabel sind. Es gibt Sprachen, für die die jeweilige minimale Beschreibung durch das eine Modell im Vergleich zur minimalen Beschreibung durch das andere Modell wesentlich kleiner ist.

Es gibt weitere Möglichkeiten, Maße für die Verwendung von 2-Wege-Bewegung anzugeben. Das von uns verwendete Maß ist insofern natürlich, als daß es das absolute Auftreten von Linksbewegungen zählt. Relative Ansätze liefern ferner einen erschwerten Zugang zur Berechenbarkeit des Spektrums und zum Vergleich mit den klassischen Automatenmodellen. Unser Ansatz hat allerdings den Nachteil, daß er die stärkste Einschränkung an den $2DEA$ induziert.

Literatur

[MF71] A.R.Meyer, M.J.Fischer : *Economy of Description by Automata, Grammars and Formal Systems*, 12th Annual SWAT, 1971, 188-191

[GKW90] J.Goldstine, C.Kintala, D.Wotschke : *On Measuring Nondeterminism in Regular Languages*, Information and Computation 86, 1990, 179-194