

Blatt 12

Aufgabe 12.1

Von welchem höchsten Typ sind die folgenden Grammatiken \mathcal{G}_i für $1 \leq i \leq 5$ jeweils? Es sei $\mathcal{G}_i = \langle \{S, A, B\}, \{a, b, c, d\}, S, P_i \rangle$ mit

(a) $P_1 = \{(S \rightarrow A), (B \rightarrow bbA), (B \rightarrow aBb), (B \rightarrow c), (A \rightarrow bAa)\}$

(b) $P_2 = \{(S \rightarrow bA), (S \rightarrow aB), (aB \rightarrow Bb), (B \rightarrow c), (bA \rightarrow Aa), (A \rightarrow d)\}$

(c) $P_3 = \{(S \rightarrow Aa), (S \rightarrow Bb), (B \rightarrow Bc), (B \rightarrow Aa), (A \rightarrow Aa), (A \rightarrow d)\}$

(d) $P_4 = \{(S \rightarrow ASb), (S \rightarrow Ba), (B \rightarrow bBa), (Bab \rightarrow c), (A \rightarrow d)\}$

(e) $P_5 = \{(S \rightarrow bA), (S \rightarrow aB), (B \rightarrow aB), (B \rightarrow c), (A \rightarrow bA), (A \rightarrow d)\}$.

Geben Sie zu jeder Grammatik ein Wort $w_i \in L(\mathcal{G}_i)$ und einen zugehörigen Ableitungsbaum an.

Aufgabe 12.2

Gegeben sei der NFA $\mathcal{M} = \langle \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}, \{a, b\}, \delta, s_0, \{s_1, s_4\} \rangle$ mit der Übergangsfunktion

$$\begin{array}{ll} \delta(s_0, a) = \{s_1, s_3, s_4\} & \delta(s_0, b) = \{s_0\} \\ \delta(s_1, a) = \{s_2\} & \delta(s_1, b) = \{s_3\} \\ \delta(s_2, a) = \{s_2\} & \delta(s_2, b) = \{s_0, s_1\} \\ \delta(s_3, a) = \{s_3\} & \delta(s_3, b) = \{s_1\} \\ \delta(s_4, a) = \emptyset & \delta(s_4, b) = \emptyset. \end{array}$$

Konstruieren Sie mittels der Potenzmengenkonstruktion einen äquivalenten DFA und wenden Sie auf diesen den aus der Vorlesung bekannten Minimierungsalgorithmus an. Dokumentieren Sie alle Zwischenschritte.

Aufgabe 12.3

Gegeben sei der AFA $\mathcal{M} = \langle \{s_1, s_2, s_3\}, \{a, b\}, \delta, s_1, \{s_1, s_3\} \rangle$ mit der Überföhrungsfunktion

δ	a	b
s_1	$s_1 \wedge \overline{s_2}$	$\overline{s_3}$
s_2	s_1	$s_2 \vee s_3$
s_3	s_1	s_1

- (a) Geben Sie einen DFA an, der $L(\mathcal{M})$ akzeptiert.
- (b) Akzeptiert der AFA $\mathcal{M}' = \langle \{s_1, s_2, s_3\}, \{a, b\}, \delta, s_1, \emptyset \rangle$ mehr als nur die leere Sprache?

Aufgabe 12.4

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch? Begründen Sie Ihre Antworten und geben Sie Gegenbeispiele für die falschen Aussagen.

- (a) $L((b^*a^*b^*)^*) = \{a, b\}^*$
- (b) $L(a^*) \cap L(b^*) = \emptyset$
- (c) $L(a^*) \cup L(b^*) \subseteq L(a^*b^*)$
- (d) $L(a^*(a^* \cup b^*)) = \{a, b\}^*L(a^*)$

Aufgabe 12.5

Ordnen Sie folgende Sprachen in die Chomsky-Hierarchie ein. Von welchem Typ ist die Sprache und warum ist sie nicht von höherem Typ?

- (a) $L = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N} \wedge (i \text{ gerade} \Rightarrow j = i)\}$
- (b) $L = L(\langle \{S, X\}, \{a, b, c\}, S, \{(S \rightarrow aXa), (X \rightarrow aSa), (X \rightarrow c)\} \rangle)$
- (c) $L = \{a^i b^{2^i} \mid i \in \mathbb{N}\}$

Aufgabe 12.6

- (a) Für eine Sprachklasse \mathcal{L} sei $co\text{-}\mathcal{L} = \{\overline{L} \mid L \in \mathcal{L}\}$. Zeigen Sie, dass die Sprachklasse $\mathcal{L} \cup co\text{-}\mathcal{L}$ unter Komplement abgeschlossen ist.
- (b) Zeigen Sie dass jede Sprachklasse, die unter Komplement und Durchschnitt abgeschlossen ist, auch unter Vereinigung abgeschlossen ist.
- (c) Ist jede Sprachklasse, die unter zwei der drei Operationen Durchschnitt, Vereinigung und Komplement abgeschlossen ist, auch unter der dritten Operation abgeschlossen?